

**Procedura semplice per trovare le  $G(N)$  coppie di  
Goldbach per ogni numero pari  $N$  uguale o maggiore di 4**

oooooooooooooooooooo

*Francesco Di Noto, del gruppo ERATOSTENE*

(Breve articolo divulgativo)

Com'è noto, la congettura forte di Goldbach dice che ogni numero pari  $N$  uguale o maggiore di 4 (in simboli,  $N \geq 4$ ) può essere scritto come somma di due numeri primi, anche ripetuti ( per es.  $10 = 5 + 5$ ,  $22 = 11+11$ , ecc.).

Per trovare le  $G(N)$  coppie di Goldbach per qualsiasi  $N \geq 4$  relativamente piccolo (ma in teoria il metodo vale anche per numeri  $N$  grandissimi, per i quali però si preferiscono appositi e veloci algoritmi) si divide  $N$  per 2, e si dispongono i numeri dispari fino a  $N/2$  in una colonna crescente da 1 a  $N/2$ , e in una colonna decrescente da  $N$  a  $N/2$  in modo che i due numeri di ogni colonna (che chiameremo per brevità colonna  $p$  e colonna  $q$ , diano come somma  $N$ ; solo quando sia i numeri  $p$  e  $q$  nella stessa riga sono primi, abbiamo una copia di Goldbach. Contando le coppie di Goldbach così ottenute,

evidenziandole in rosso per facilitarne il conteggio, abbiamo le  $G(N)$  coppie di Goldbach. Il contro esempio della congettura è ovviamente  $G(N) = 0$ , cioè un numero pari  $N$ , piccolo o grande che sia, tale che *non* sia la somma di due numeri primi: se la congettura è vera, tale contro esempio non esiste.

Ma, come si può vedere nei riferimenti, tale contro esempio in realtà non esiste, ne può tanto meno può esistere per precisi motivi, e quindi la congettura è vera.

Ma veniamo all'esempio per  $N = 100$ :

colonna p    colonna q ; ( $p + q = 100 =$  coppia di Goldbach)

$$(q = 100 - p)$$

1	99	
<u>3</u>	<u>97</u>	prima coppia di Goldbach
5	95	
7	93	
9	91	
<u>11</u>	<u>89</u>	seconda coppia di Goldbach
13	87	
15	85	
<u>17</u>	<u>83</u>	terza copia di Goldbach
19	81	
21	79	
23	77	
25	75	
27	73	

<u>29</u>	<u>71</u>	quarta coppia di Goldbach
31	69	
33	67	
35	65	
37	63	
39	61	
<u>41</u>	<u>59</u>	quinta coppia di Goldbach
43	57	
45	55	
<u>47</u>	<u>53</u>	sesta ed ultima coppia di Goldbach
49	51	
(50	50	(pari, ma = N/2, in cui finiscono le due

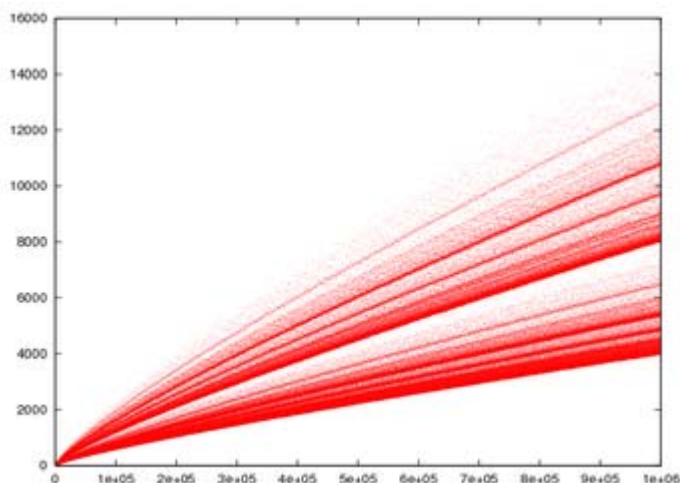
colonne numeriche p e q, simmetriche rispetto a  $50 = (p+q)/2$ )

Contiamo **sei** coppie di Goldbach, quindi  $G(N) = G(100) = 6$

La stima logaritmica di  $G(N)$  è  $N/(\log N)^2$ , e per  $N = 100$  abbiamo  $G(100) = 100/4,60^2 = 100/21,16 = 4,72$  valore stimato  $\approx 6$  valore reale. Per 102 (multiplo di 3) abbiamo  $G(102) = 8$  coppie di Goldbach mentre per 104 (non multiplo di 3) abbiamo  $G(104) = 5$  coppie di Goldbach,

Tale stima è la **minima** possibile (come per tutti i numeri pari di forma  $6k \pm 2$ , poiché 100 non ha altri fattori primi oltre il 2; se N avesse come fattori primi 2 e 3 (e quindi di forma  $6k$ ), il valore reale sarebbe circa il doppio (per esempio per 102, il numero di coppie di Goldbach è **8**) o anche più di quello stimato, per via del nostro concetto di “Abbondanza di Goldbach” (vedi Riferimenti) che

spiega le oscillazioni tra valori **minimi** (semplice stima logaritmica) e **massimi** (stima logaritmica moltiplicata per l'abbondanza di Goldbach di  $N$ , abbondanza massima per i numeri primoriali  $p\# = 2*3*5*...*p$ , e stimabile inizialmente con  $2\log\log N$ , una funzione lentissima e decrescente (per es. per  $N = 29\# = 6\,469\,693\,230$  si riduce a  $\log\log N \approx 3,11...$ e quindi con  $G(29\#) = 43\,755\,729$  invece della stima minima  $G(29\#) \approx 12\,677\,571$ , con abbondanza reale  $43\,755\,729/12\,677\,571 = 3,45... \approx 3,11$ ) di  $G(N)$ , e quindi il grafico di tipo comet, visibile nella voce di Wikipedia “Numero primo”, paragrafo “Problemi additivi” e che brevemente riportiamo qui sotto:



Il numero di modi con cui un numero  $n$  si può scrivere come somma di due primi per  $n \leq 1\,000\,000$

**Come si nota facilmente, la curva inferiore corrisponde alla stima minima logaritmica, cresce sempre più al crescere di  $N$ , e quindi non torna mai, ne bruscamente ne lentamente verso il basso, al valore zero**

di  $G(N) = 0$  sull'asse  $x$ . La curva superiore, massima, è quella relativa ai numeri primoriali  $p\#$ ; nel mezzo, cioè nelle strisce bianche e rosse, i valori intermedi (piccoli multipli di primordiali, per esempio  $30 = 2*3*5$ ,  $60=2*30$ ,  $90=3*30$ , ecc.).

**Conclusione: la congettura di Goldbach non è poi tanto difficile, e nemmeno inutile: essa potrebbe aprire le porte all'ipotesi di Riemann (vedi Riferimenti)**

### *Riferimenti*

1) Sezione "Articoli", sottosezione "Articoli su Goldbach" del nostro sito [www.gruppoeratostene.com](http://www.gruppoeratostene.com), in modo particolare:

"Abbondanza di Goldbach" e "Procedure per la formazione delle coppie di Goldbach e delle terne di Goldbach".

2) Sezione "Articoli", sottosezione "Articoli su Riemann", in particolare "La funzione  $\sigma(n)$ , le forme  $6k \pm 1$  e la RH1".